

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
основная общеобразовательная школа с. Вадинск
Вадинского района Пензенской области
имени Станислава Степановича Лёвина

**СБОРНИК КЕЙСОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ
5 КЛАСС**

Разработала учитель математики и физики
Анненкова Ирина Ивановна

2020г

Содержание по темам:

1. Степень числа. Квадрат и куб числа.....	3
2. Площадь, периметр.....	6
3. Окружность и круг	8
4. Обыкновенные дроби	12
5. Правильные и неправильные дроби.....	15
6. Проценты	18
7. Угол	21
8. Диаграммы	24
9. Решение задач на движение.....	27
10. Действия с числами	29

Кейсы для уроков изучения нового в курсе математике 5 класса.

Ученики класса делятся на 4 группы методом мозаики. Учитель раздаёт детям части конвертов синего, жёлтого, зелёного и красного цветов. На каждом из фрагментов указана роль ученика при работе в группе: таймкипер – следит за временем, чтец – читает задания кейса вслух, фиксатор-заполняет поля для ответов, аналитик – осуществляет поиск «ловушек» в тексте кейса, мыслитель – анализирует содержание кейса, организует поиск решения заданий, их задача – не разговаривая друг с другом собрать конверты и, тем самым оказаться в командах. Здесь учитель обращает внимание детей на их роли, разъясняет функции. Объявляет, что на выполнение кейса отводится 25 минут и через 12,5 минут работы дети внутри группы обмениваются ролями по схеме, которая появится на интерактивной доске (схема составляется учителем с учётом индивидуальных особенностей детей так, чтобы пассивные роли каждого из детей (таймкипер, чтец, фиксатор) сменились активными). После этого учитель выдаёт группам конверты с содержанием кейса.

Данные кейсы рекомендую использовать для работы на уроке знакомства с новым материалом на этапах актуализации знаний, постановки учебной задачи и построения проекта выхода из затруднения. Важно после выполнения кейса провести работу над закреплением вместе со всем классом.

Тема 1. « Степень числа. Квадрат и куб числа»

Кейс «Важная степень»

«Пусть кто-нибудь попробует вычеркнуть из математики степени, и он увидит, что без них далеко не уедешь»

М.В. Ломоносов

1. Задача

Даны примеры. Каким действием можно заменить сумму, чтобы получить верное равенство? (ответ детей)

$6+6=$

$6*6=$

$7+7+7=$

$7*7*7=$

$3+3+3+3=$

$3*3*3*3=$

$2+2+2+2+2=$

$2*2*2*2*2=$

Ответ: _____

Посмотрим на другой столбец примеров. Что можно заметить в них? Есть ли способ замены произведения другим действием? _____

2. Изучение нового материала.



Прочитайте п.16 учебника (стр. 98)

3. Устно ответьте на вопросы:

- Какое выражение называется степенью?
- Как обозначают основание степени?
- Как обозначают показатель степени?
- Что показывает основание степени?

СТЕПЕНЬ ЧИСЛА

a – основание степени

n – показатель степени

aⁿ

Заполните таблицы

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n^2										

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n^3										

Представьте в виде степени произведение:

$$6*6*6*6*6*6=$$

$$a*a*a*a*a*a*a*a=$$

$$3*3*3*3*3*3*3*3*3*3=$$

$$v*v=$$

$$(x+y)*(x+y)*(x+y)*(x+y)*(x+y)*(x+y)=$$

Представьте в виде произведения степень:

$$5^3=$$

$$11^5=$$

$$23^6=$$

$$100^4=$$

$$u^5=$$

$$x^3=$$

$$(a-3)^4=$$

$$(5+b)^5=$$

Тема 2 «Площадь, периметр»

Кейс «Как никогда не путать площади с периметрами?»

Представьте себе, что вам поступило предложение сконструировать детскую песочницу.



Как вы думаете, что необходимо знать о песочнице?

Какой формы песочница?

Сколько нужно материала?

Сколько надо песка в песочницу?

Вывод:

Итак, песочница квадратной или прямоугольной формы.

1. Рассчитать количество материала на песочницу: периметр песочницы квадратной формы из дерева, размеры которой 150см на 150см. Песочница будет высотой из 2 досок, каждая шириной 10см. По периметру сверху прибита еще одна доска. Длина одной доски на складе 6 м.

Ответ: _____

2. Рассчитать количество материала на песочницу: периметр песочницы прямоугольной формы из дерева, размеры которой 300см на 150см. Песочница будет высотой из 2 досок, каждая шириной 10см. По периметру сверху прибита еще одна доска. Длина одной доски на складе 6 м.

Ответ: _____

2. Песочницу необходимо покрасить в три цвета: зеленый, красный и желтый. Длина одной доски 6м и ширина 10 см. Сколько необходимо краски на все 3 доски, если красить их нужно только снаружи, но в 2 слоя. Расход краски на 1 кв.м - 130г.

Ответ: _____

Постройте логическую цепочку на тему «Связь периметра и площади».

Тема 3: «Окружность и круг»

Кейс «Зачем математике окружность?»



Посмотрите на рисунки и скажите, что объединяет объекты, изображённые на них? _____

Обведите монету, лежащую у вас на столе, затем обведите ее еще раз и закрасьте, что общего и в чем отличия получившихся фигур? _____

А теперь сравните свои выводы с теорией.

Теория:



Окружность — это линия на плоскости, каждая точка которой расположена на одинаковом расстоянии от центра окружности.

Это расстояние называется **радиус** и в записях обозначается буквой **R**.

Центр окружности чаще всего обозначают буквой **O**.

Окружность разделяет плоскость на две части, внутреннюю и внешнюю.

Внутренняя часть окружности, включающая саму окружность, называется кругом.

Точка **O** — это центр и круга, и окружности.

Отрезки **OA**, **OB**, и **OC** — это радиусы, их длины равны.

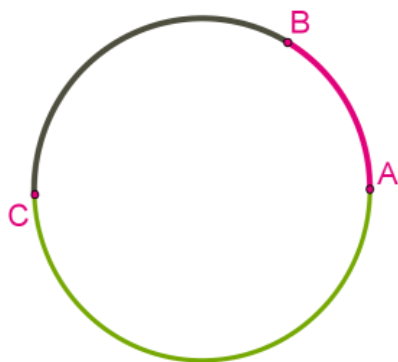
Отрезок **AB**, проходящий через центр окружности (круга), называется диаметром и обозначается буквой **D**.

Диаметр разделяет круг на два полукруга, а окружность — на две полуокружности.

Длина диаметра равна длине двух радиусов **$D=2R$** .

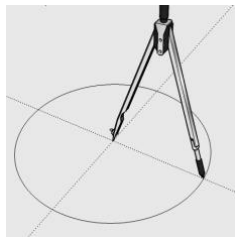
Точки на окружности делят окружность на части, которые называются дугами, а точки — концами этих дуг.

На данном рисунке видно несколько дуг. Посчитай, сколько! Одна из них, например, дуга **AB**.



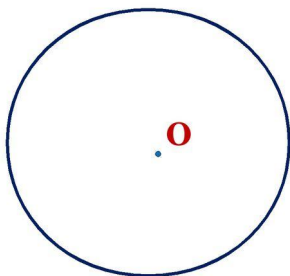
двумя точками.

Дуга окружности — это часть окружности, ограниченная



Окружность можно построить **циркулем**.

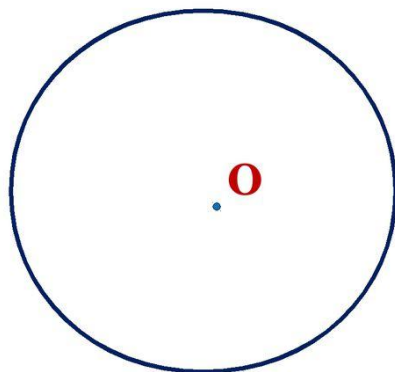
Задание: В данной окружности провести радиусы.



Сколько радиусов мы можем провести? _____

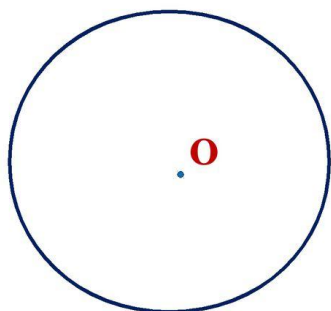
Что мы можем сказать об их длинах? _____

В данной окружности проведите диаметр.



А теперь проведите один радиус в этой окружности и сравните длины радиуса и диаметра
Сделайте вывод: _____

На данной окружности отметьте точки А, В,С. Назовите дуги на которые эти точки делят окружность. _____



Тема 4: Обыкновенные дроби

Кейс: «Числовая недостаточность».

С незапамятных времён людям необходимо было считать предметы и измерять величины, иначе говоря, отвечать на вопрос «Сколько?». Древних людей интересовали вопросы: сколько дичи удалось поймать во время охоты, сколько семян уместится на том или ином участке земли, сколько нужно пройти, чтобы оказаться в другом поселении, отвечая на них, люди придумали числа. Теперь можно было легко сказать, сколько урожая собрано в этом году, оценить удачность охоты и посчитать количество угощений.

Но люди столкнулись с новой проблемой: они не могли сравнивать числа, сложно было понять у кого стадо больше: у тебя или у соседа, и на сколько больше расстояние до соседнего поселения, чем до большой горы и вообще, больше ли оно? Чтобы её решить, стало необходимо научиться производить операции с числами: вычислять значения выражений, сравнивать, записывать, то есть, им необходима было создать арифметику. Но это случилось далеко не за несколько дней и даже лет, учиться математике человечеству приходилось столетиями.

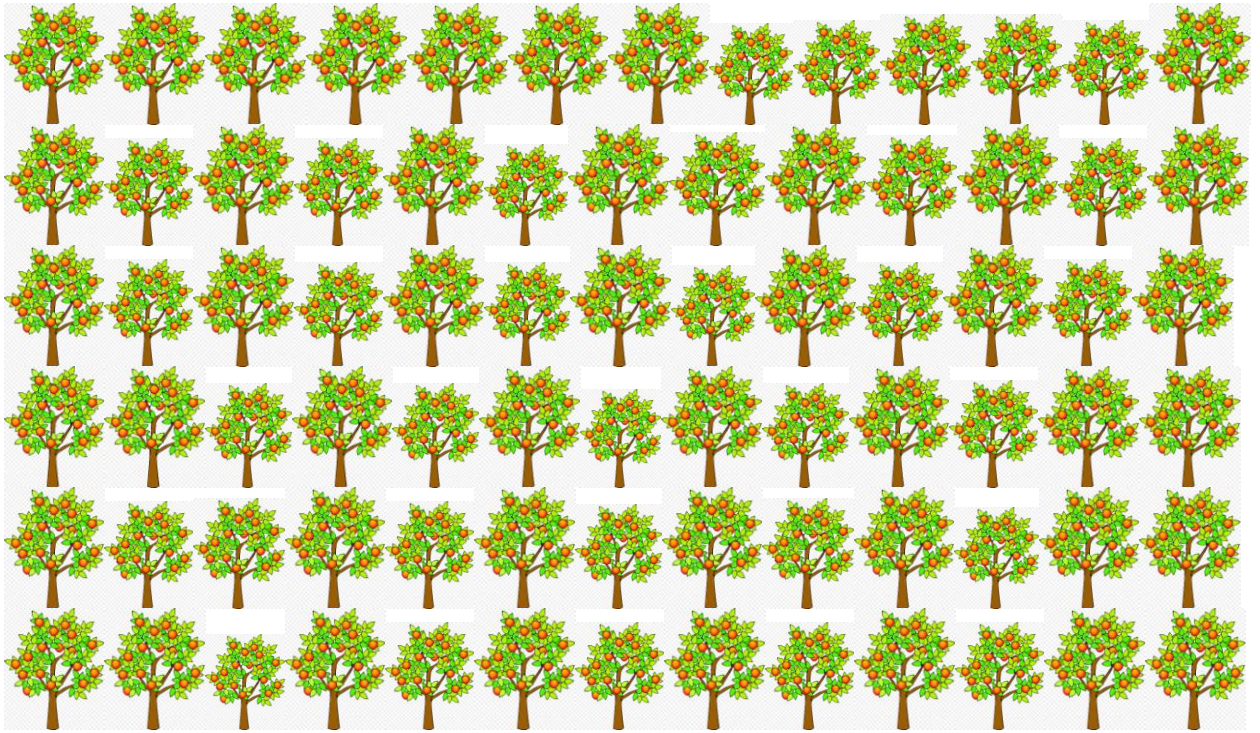
Помогите древним людям справиться с вычислениями, найдите для этого удобные способы:

Ситуация 1. «Мой сосед имел 32 овцы, недавно был ураган и он не смог согнать с пастбища 14 из них, но вчера пригнал из соседнего поселения в своё стадо 47 мулов. Как мне понять, каким стало его стадо? И больше ли оно моего? (В моем стаде до урагана было 38 мулов и 41 овца, а в урагане пропало 6 овец)».



Ситуация 2. «Деревья, дающие вкусные плоды, растут за деревней 7 ровными рядами, по 13 деревьев в каждом, как понять, сколько всего деревьев растёт на этом участке?»





Ситуация 3. «Мама испекла 15 лепёшек, чтобы накормить меня, трёх моих братьев и сестру. По сколько лепёшек нам достанется?»



Ситуация 4. «Сегодня мама снова испекла 15 лепёшек, но 1 из них утащила кошка. Как маме разделить лепёшки так, чтобы хватило каждому из нас?»



Так люди обнаружили, что натуральных чисел бывает недостаточно, для того, чтобы описать все жизненные ситуации, как например, записать половину яблока числом?

Но какой-то человек вдруг предложил использовать дробные числа, а когда все остальные увидели как это удобно – сразу же согласились.

Дробь – это запись вида....., где . С помощью дроби можно представить результат деления любого натурального числа на любое натуральное.

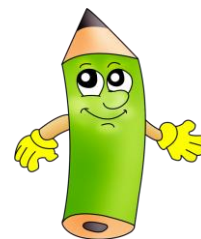
Как появилась «числовая недостаточность» и что люди сделали, чтобы её преодолеть? Составьте логическую цепочку и подготовьтесь к выступлению-презентации с разъяснением её звеньев.

Тема 5: «Правильные и неправильные дроби»

Кейс «Как быть «правильной» дробью?»

Задание 1. Даны дроби:

$$\frac{1}{2}; \frac{2}{5}; \frac{16}{7}; \frac{1}{3}; \frac{21}{10}; \frac{1}{4}; \frac{9}{9};$$
$$\frac{3}{100}; \frac{17}{12}; \frac{13}{1000}; \frac{95}{87}; \frac{36}{36}$$



Разделите эти дроби на группы так, чтобы дроби одной группы имели что-то общее.
Запишите эти группы:

- По какому принципу вы разделили их на группы? _____

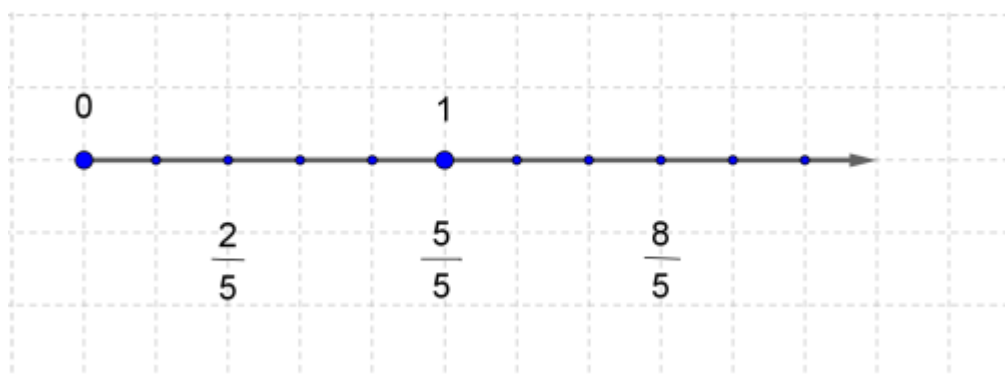
Заметили ли вы что – то необычное в этих дробях? _____

Если, да, то что? _____

Это новые для вас дроби или вы с ними уже знакомы? _____

Теория: Как известно, дробь можно получить, разделив целое на равные части и взяв несколько таких частей. Например, дробь $5/7$ показывает, что целое разделили на семь равных частей и взяли пять частей. Здравый смысл подсказывает, что часть должна быть меньше единицы (целого), поэтому, наверное, такие дроби, как $11/11, 6/5$, называют неправильными дробями.

Дробь, в которой числитель меньше знаменателя, называют **правильной дробью**.
Дробь, в которой числитель больше знаменателя или равен ему, называют **неправильной дробью**.



$$25 < 1,85 > 1,55 = 1.$$

Обрати внимание!

Правильная дробь меньше единицы, а неправильная — больше или равна единице.

Задание :

Напишите все правильные дроби со знаменателем 4 _____

Напишите все неправильные дроби с числителем 7 _____

При каких значениях x дробь будет:

а) правильной $x/11$ _____

в) не правильной $15/x$ _____

Историческая справка

Историческая справка

На русской земле первым математиком, изложившим деление целого на части, стал новгородский монах Кирик. В 1136 году он написал труд, в котором изложил метод «счисления лет». Кирик занимался вопросами хронологии и календаря. В своем труде он привел в том числе и деление часа на части: пятые, двадцать пятые и так далее доли. Деление целого на части применялось при расчете размера налога в XV-XVII веках. Использовались операции сложения, вычитания, деления и умножения с дробными частями. Само слово «дробь» появилось на Руси в VIII веке. Оно произошло от глагола «дробить, разделять на части». Для названия дробей наши предки использовали специальные слова. Например, $1/2$ обозначалась как половина или полтина, $1/4$ — четь, $1/8$ — полчеть, $1/16$ — полполчеть и так далее. Полная теория дробей, мало чем отличающаяся от современной, была изложена в первом учебнике по арифметике, написанном в 1701 году Леонтием Филипповичем Магницким. «Арифметика» состояла из нескольких частей. О дробях подробно автор рассказывает в разделе «О числах ломаных или с долями». Магницкий приводит операции с «ломанными» числами, разные их обозначения. Сегодня по-прежнему в числе самых сложных разделов математики называются дроби. История дробей также не была простой. Разные народы иногда независимо друг от друга, а иногда заимствуя опыт предшественников, пришли к необходимости введения, освоения и применения долей числа. Всегда учение о дробях

вырастал из практических наблюдений и благодаря насущным проблемам. Необходимо было делить хлеб, размечать равные участки земли, высчитывать налоги, измерять время и так далее.. Так или иначе, преодолев не одну тысячу лет, раздел математики, посвященный долям чисел, сформировался, развился и с успехом используется сегодня для самых разных нужд как практического характера, так и теоретического.

Задача. Килограмм сахара стоит 88 рублей. Сколько стоит $\frac{1}{2}$ кг сахара? $\frac{1}{4}$ кг? $\frac{3}{8}$ кг? $\frac{11}{8}$ кг?

Решение

Тема 6: «Проценты»

Кейс «Как из индийских процентов получить английские центы?»

Кто придумал проценты?

Процент – это сотая часть числа. Используется для обозначения доли по отношению к целому. Обозначается знаком %.

Как называют 1 процент от:

Метра забора _____ Дециметра линейки _____

Ста тонн шоколада _____ Центнера
металла _____

Тысячи деревьев _____ Пятисот рублей _____

Процент – как часть числа использовался ещё в древнем Вавилоне, но они считали процентом не сотую часть числа, а шестидесятую. Потому что использовали не десятичную систему счисления. Первыми в своих расчетах использовать проценты в десятичной системе счисления стали жители Древней Индии, именно благодаря им, мы понимаем процент как сотую часть.

Однажды древнеиндийский математик, который очень любил вычисления, заглянул в палатку с фруктами и сказал «дайте мне столько килограмм фруктов, что 10% от их веса будет равно 0,14 кг». Он думал, что продавцы запутаются и сосчитают неверно. И действительно, между ними возник спор: один говорил, что нужно 14 кг фруктов, а другой, что 140. Кто из продавцов оказался прав?

Латинский язык стал отцом многих научных терминов, не исключение и слово «Процент», которое ты слышишь, не только изучая математику, но и в обычной, повседневной жизни. В латинском языке есть выражение «pro centum». В Древнем Риме было много слов, похожих на это выражение, например,

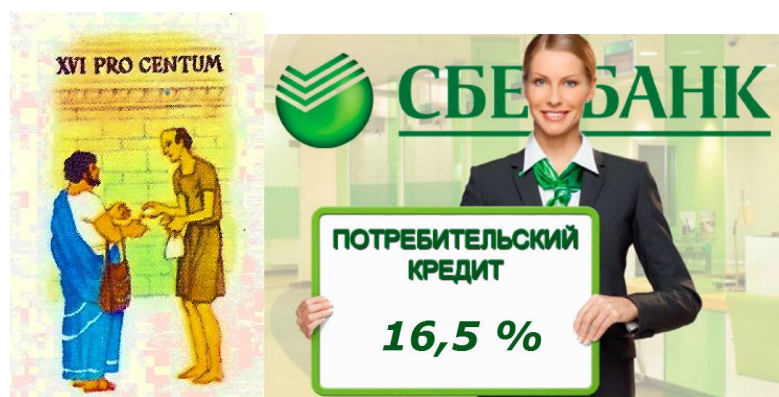
Центурия – отряд из ста легионеров

Центурион – младший офицер римской армии, командир центурии



Так что же могло означать выражение «pro centum» у древних римлян?

Рассмотри картинки и попробуй объяснить в какой ситуации применялось выражение «pro centum» в древнем Риме и как слово «проценты» может быть использовано в 21 веке.



Справиться с этой загадкой тебе поможет текст.

Когда древнеримский ростовщик объяснял заёмщику условия сделки, он говорил: «», что означает «с каждых ста сестерциев долга тебе платить 16 сестерциев лихвы». Один бедняк взял у ростовщика в долг 1000 сестерциев, а отдавать пришлось 1160 сестерциев.

*Сестерций- древнеримская серебряная монета

Так какой же вывод мы можем сделать на основе всего, что узнали?

Слово «процент» пришло в русский и другие языки из _____. Оно означает _____ или «сотая часть». А появилось оно потому, что римляне

_____, в повседневной жизни проценты используются для _____, а в математике для нахождения _____.

Евро – денежная единица Англии состоит из ста центов, как и наш рубль состоит из ста копеек. Построй логическую цепочку и выясни, как индийские проценты превращаются в

английские центы на основе знаний, полученных на уроке. Подготовьтесь к выступлению-презентации вашей цепочки с разьяснениями звеньев в классе. (они никак не связаны и правильного ответа нет, это просто игра слов, поэтому каждое решение детей будет считаться)

Тема: «Угол»

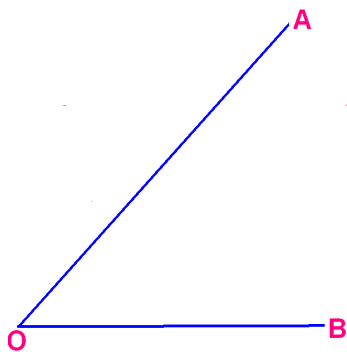
Кейс «Секреты угла»

Теоретический материал

(прочитайте анимательно и подумайте)

УГЛОМ

называют фигуру, образованную двумя лучами, выходящими из общей точки.



$\angle AOB$, $\angle BOA$, $\angle O$.

АО, ОВ- стороны угла.

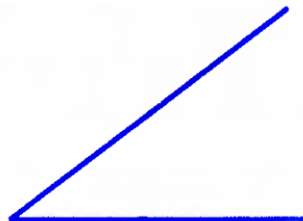
О - вершина угла

Виды углов



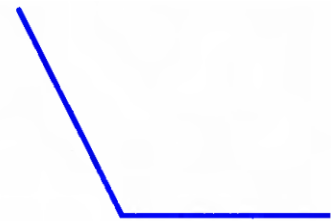
Прямой угол

а)



Острый угол

б)



Тупой угол

в)

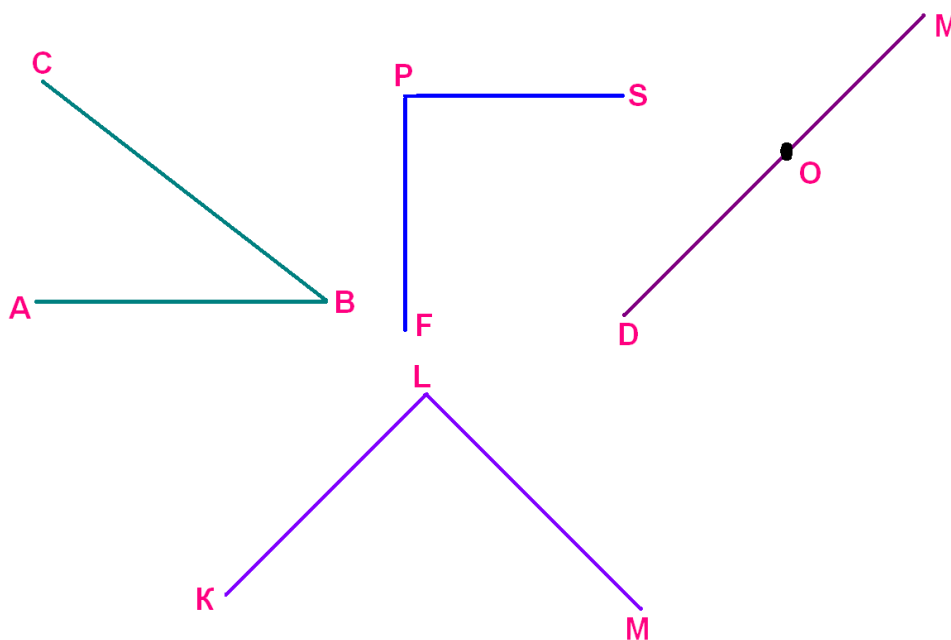
1 Задание.

Согласны ли вы с изложенным материалом? Маркируйте данные, которые могут доказать достоверность.

Сравните острый и прямой угол. Сделайте вывод.

2. Задание. Сравните тупой и прямой угол. Сделайте вывод.

3. Задание. Назовите углы, изображенные на рисунке.



Выпишите все острые углы: _____

Выпишите все прямые углы: _____

Выпишите все тупые углы: _____

Название какого угла, здесь изображенного, мы не знаем? _____

Как обозначен этот новый угол? _____

Давайте найдем его определение в учебнике на стр.244.

Задание 4. Начертите лучи: OA,OB,OC,OK. Запишите названия углов, сторонами которых являются эти лучи._____ Сколько углов получилось?_____

На сколько частей эти лучи делят плоскость?_____

Тема 8: «Диаграммы»

Кейс «Загадки диаграмм»

Информационная часть: Круговые диаграммы.

Прочитайте текст. Закодируйте его содержание с помощью схемы так, чтобы можно было передать его содержание, пользуясь только ею.

Диаграмма (с греческого $\Delta\acute{\iota}\alpha\gamma\rho\alpha\mu\mu\alpha$ (diagramma) — изображение, рисунок, чертёж) — графическое представление данных, позволяющее быстро оценить соотношение нескольких величин. Представляет собой геометрическое символическое изображение информации с применением различных приёмов техники визуализации. Иногда для оформления диаграмм используется трёхмерная визуализация, спроецированная на плоскость, что придаёт диаграмме отличительные черты или позволяет иметь общее представление об области, в которой она применяется. Диаграммы нашли широкое применение в повседневной жизни, благодаря своей наглядности и удобству использования. В настоящее время, применяя компьютер, при изменении данных, на основе которых построена диаграмма, она автоматически строится с учётом внесённых изменений в таблицы, что позволяет быстро сравнивать информацию.

Немного истории. Первыми диаграммами были обыкновенные графики функций, в которых допустимые значения аргумента соответствуют значениям функций, так как используется зависимость одной величины от другой. Идеи функциональной зависимости использовались в древности. 4—5 тыс. лет назад вавилонские учёные несознательно установили, что площадь круга является функцией от его радиуса. Астрономические таблицы вавилонян, древних греков и индийцев — яркий пример табличного задания функции, а таблицы, соответственно, являются хранилищем данных для диаграмм. В XVII веке французские учёные Франсуа Виет и Рене Декарт заложили основы понятия функции и разработали единую буквенную математическую символику, которая вскоре получила всеобщее признание. Также геометрические работы Декарта и Пьера Ферма проявили отчётливое представление переменной величины и прямоугольной системы координат — вспомогательных элементов всех современных диаграмм.

Первые статистические графики начал строить английский экономист У. Плейфер в работе «Коммерческий и политический атлас» 1786 года. Это произведение послужило толчком для развития графических методов в общественных науках.

Вопросы: 1. Что представляет собой диаграмма? 2. Что были первыми диаграммами?

1. _____
2. _____

Чтобы прочитать круговую диаграмму, нужна разъясняющая информация.

Рассмотрите следующую круговую диаграмму:

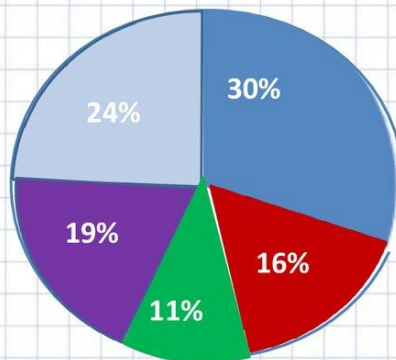


Круговые диаграммы

Для решения задачи начертим круг

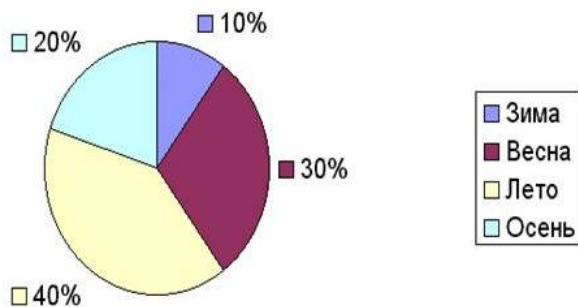
Посевные площади на Земле распределяются так:

- Пшеница - 30%
- Кукуруза – 16%
- Ячмень – 11%
- Рис – 19%
- Прочие культуры – 24%



Прочитайте следующую круговую диаграмму

Прибыль от продажи мороженого в зависимости от времени года



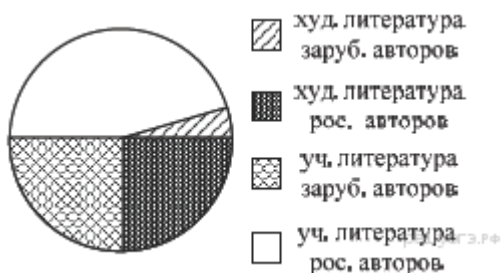
В какое время года прибыль самая большая?

Ответ: _____

На сколько, возрастает прибыль весной по сравнению с зимой?

Ответ: _____

Задача



Фонд школьной библиотеки, состоящей из учебной и художественной литературы российских и зарубежных авторов, представлен в виде диаграммы. Сколько примерно книг учебной литературы в библиотеке, если всего в библиотечном фонде 800 книг?

В ответе укажите номер правильного варианта.

1) 400

2) 570

3) 300

4) 600

Ответ: _____

Задача: Постройте круговую диаграмму распределения учащихся школы по ступеням обучения, если учащихся начальной школы 89 человек, основной школы - 71 человека, учащихся старшей школы - 40 человек.

Наш алгоритм построения диаграммы:

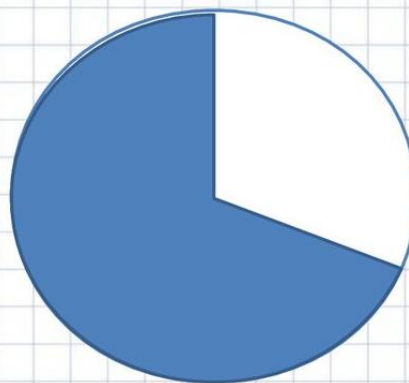
Помощник:

• Магнитный железняк содержит 70% чистого железа, а остальная часть руды — пустая порода. Чтобы наглядно изобразить это положение, начертим круг и закрасим 70% его площади, а 30% площади оставим не закрашенными.

• Так как в круге 360° , то надо найти 30% от 360° . Для этого делим 360 на 100 и частное умножаем на 30. Получаем: $360 : 100 * 30 = 108$. Значит, надо провести два радиуса под углом 108° и закрасить часть круга вне этого угла.

• Получаем рисунок.

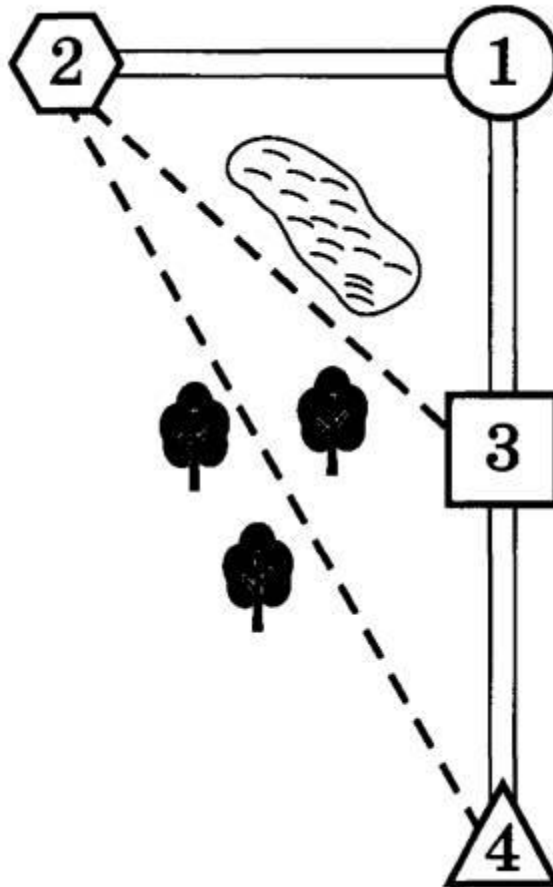
Его называют **круговой диаграммой**.



Тема 9: «Решение задач на движение»

Кейс «Самые быстрые в мире задачи»

Катя летом отдыхает у бабушки и дедушки в деревне Незабудкино. Катя с бабушкой собираются съездить на велосипедах в село Иволгино на железнодорожную станцию. Из Незабудкино в Иволгино можно проехать по прямой лесной дорожке. Есть более длинный путь по шоссе — через деревню Светлую до деревни Берёзовки, где нужно повернуть под прямым углом налево на другое шоссе, ведущее в Иволгино. Есть и третий маршрут: в Светлую можно свернуть на прямую тропинку, которая идёт мимо пруда прямо в Иволгино.



По шоссе Катя с бабушкой едут со скоростью 20 км/ч, а по лесной дорожке и тропинке 15 км/ч. Расстояние по шоссе от Незабудкино до Светлого равно 16 км, от Незабудкино до Берёзовки — 36 км, а от Берёзовки до Иволгино 15 км.

Задание 1. Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены населённые пункты. В ответ запишите полученную последовательность четырёх цифр.

Насел. пункты	д. Берёзовка	с. Иволгино	д. Незабудкино	д. Светлая
Цифры				

Решение.

Ответ:

Задание 2. Сколько километров проедут Катя с дедушкой, если они поедут по шоссе через Берёзовку?

Решение.

Общее расстояние по шоссе, равно:

$S =$

Ответ:

Задание 3. На какой маршрут потратят меньше времени Катя с дедушкой ?

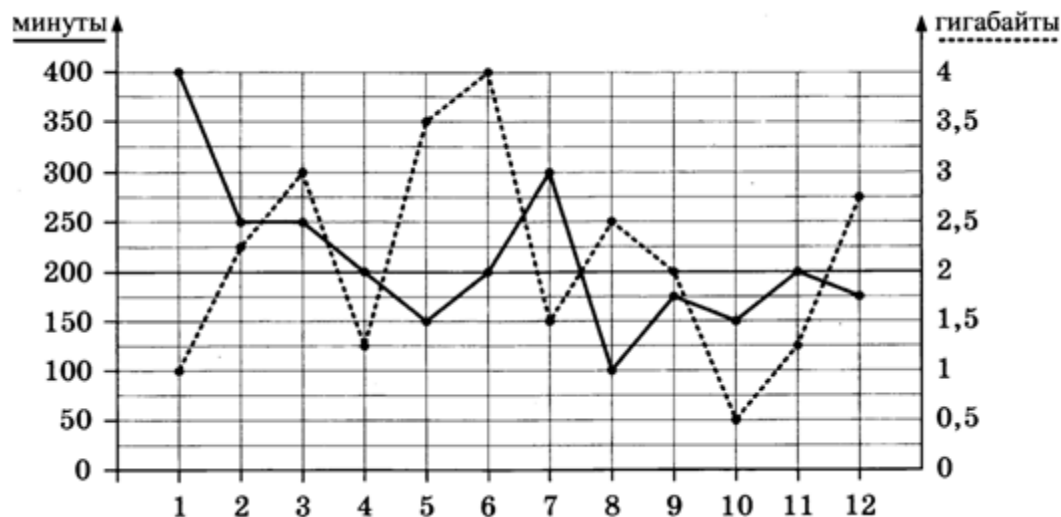
Решение.

Ответ:

Тема 10 «Развиваем вычислительные навыки»

Кейс «Умницы и умники»

На графике точками изображено количество минут, потраченных на исходящие вызовы, и количество гигабайтов мобильного интернета, израсходованных абонентом в процессе пользования смартфоном, за каждый месяц 2018 года. Для удобства точки, соответствующие минутам и гигабайтам, соединены сплошными и пунктирными линиями соответственно.



В течение года абонент пользовался тарифом «Стандартный», абонентская плата по которому составляет 400 рублей в месяц. При условии нахождения абонента на территории РФ в абонентскую плату тарифа «Стандартный» входит:

- пакет минут, включающий 200 минут исходящих вызовов на номера, зарегистрированные на территории РФ;
- пакет интернета, включающий 2 гигабайта мобильного интернета;
- пакет SMS, включающий 140 SMS в месяц;
- безлимитные бесплатные входящие вызовы.

Стоимость минут, интернета и SMS сверх пакета указана в таблице.

Исходящие вызовы	3,5 руб./мин
Мобильный интернет: дополнительные пакеты по 0,5 Гб	90 руб. за пакет
SMS	4 руб./шт.

Абонент не пользовался услугами связи в роуминге и не звонил на номера, зарегистрированные за рубежом. За весь год абонент отправил 130 SMS.

Задание 1 Сколько рублей потратил абонент на услуги связи в августе?

РЕШЕНИЕ: _____

